



RENIECYT - LATINDEX - Research Gate - DULCINEA - CLASE - Sudoc - HISPANA - SHERPA UNIVERSIA - E-Revistas - Google Scholar
DOI - REDIB - Mendeley - DIALNET - ROAD - ORCID

Title: Análisis de capas PML en una región de campo electromagnético utilizando el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo

Author: CRUZ-ORDUÑA, María Inés.

Editorial label ECORFAN: 607-8695
BCIERMMI Control Number: 2019-021
BCIERMMI Classification (2019): 241019-0021

Pages: 12
RNA: 03-2010-032610115700-14

ECORFAN-México, S.C.
143 – 50 Itzopan Street
La Florida, Ecatepec Municipality
Mexico State, 55120 Zipcode
Phone: +52 1 55 6159 2296
Skype: ecorfan-mexico.s.c.
E-mail: contacto@ecorfan.org
Facebook: ECORFAN-México S. C.
Twitter: @EcorfanC

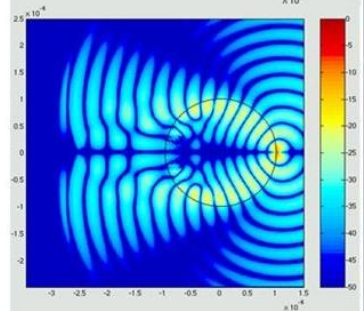
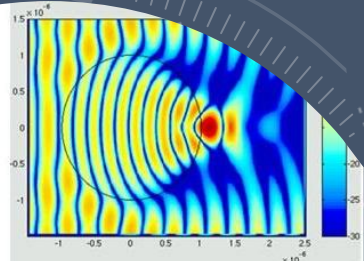
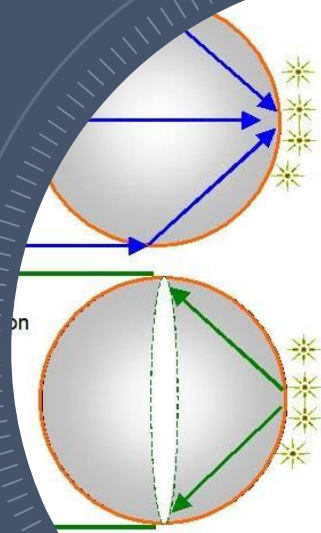
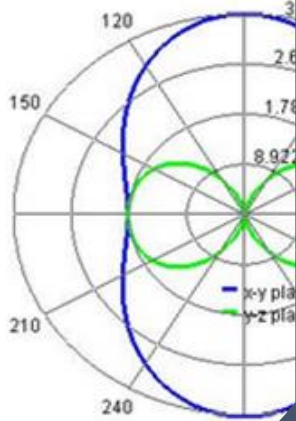
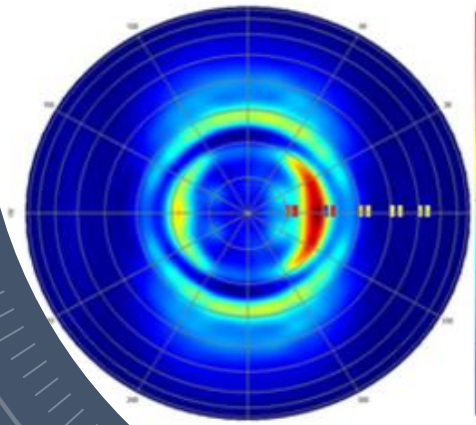
www.ecorfan.org

Holdings

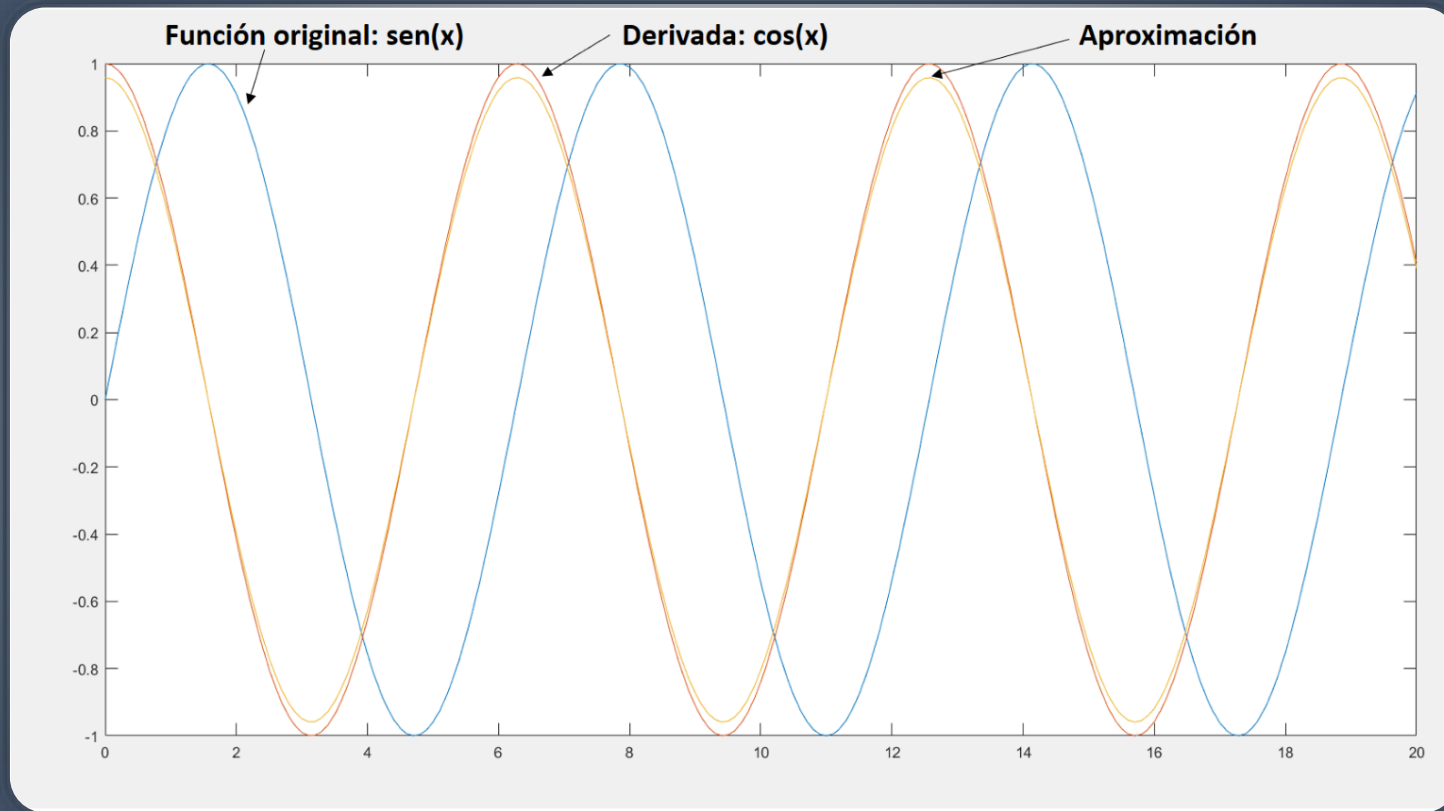
Mexico	Colombia	Guatemala
Bolivia	Cameroon	Democratic
Spain	El Salvador	Republic
Ecuador	Taiwan	of Congo
Peru	Paraguay	Nicaragua

INTRODUCCIÓN

En los últimos años, se ha desarrollado la implementación del método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD) para distintos modelados electromagnéticos, el método de diferencias finitas centrales en el dominio del tiempo es particularmente útil para problemas de propagación de ondas en dominios rectangulares. Su conveniencia sobre otras definiciones tiene que ver con su implementación computacional y sus expresiones matemáticas. Este trabajo es indispensable para poder realizar los análisis de forma correcta y sin reflexiones dentro de la región de cálculo, debido a que estas reflexiones generan interferencia con la propagación que se está generando continuamente.



FDTD



El método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo se basa en los principios del cálculo, donde existe una función $f(x)$ continua en un intervalo finito, el cual puede ser particionado en una sucesión de puntos discretos, su derivada puede ser aproximada numéricamente mediante el promedio de su variación ante un pequeño incremento dentro de un intervalo de longitud $2\Delta x$. La figura muestra la forma gráfica de la ecuación, donde la curva en color azul representa la función original, la línea punteada representa la derivada exacta y la línea color rojo representa la aproximación de la derivada mediante diferencias centrales.

$$f'(x) \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x}$$

FDTD

Para poder implementar el algoritmo se debe describir la ecuación de onda, la cual se puede definir con la siguiente ecuación, donde $u(x,t)$ es la función con dependencia de espacio y tiempo y c la velocidad de la luz.

$$\nabla^2 u(x,t) = c^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$$

Para definir numéricamente la función solución se realizan dos suposiciones, una es que la función existe y la segunda es que tiene n -ésima derivada continua en un intervalo finito $I = (x_i - \Delta x_i, x_i + \Delta x_i)$. Para desarrollar esta ecuación, utilizamos la expansión de Taylor en ambos lados a un tiempo constante t_n .

$$\begin{aligned} u(x_i + \Delta x_i, t_n) &= u(x_i, t_n) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x}(x_i, t_n) \\ &+ \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x_i, t_n) + \frac{(\Delta x)^3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(x_i, t_n) \\ &+ \frac{(\Delta x)^4}{24} \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(x_i, t_n) + O(\Delta x^5) \end{aligned}$$

Después de ello, es necesario sumar y ordenar las expresiones para despejar el término espacial de segundo orden, tal como se muestra en la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 u(x_i, t_n)}{\partial x^2} \\ &= \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \\ &+ O(\Delta x^3) \end{aligned}$$

DISCRETIZACIÓN DE LAS ECUACIONES DE MAXWELL CON MODO DE PROPAGACIÓN TRANSVERSAL MAGNÉTICO

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{D}} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$$

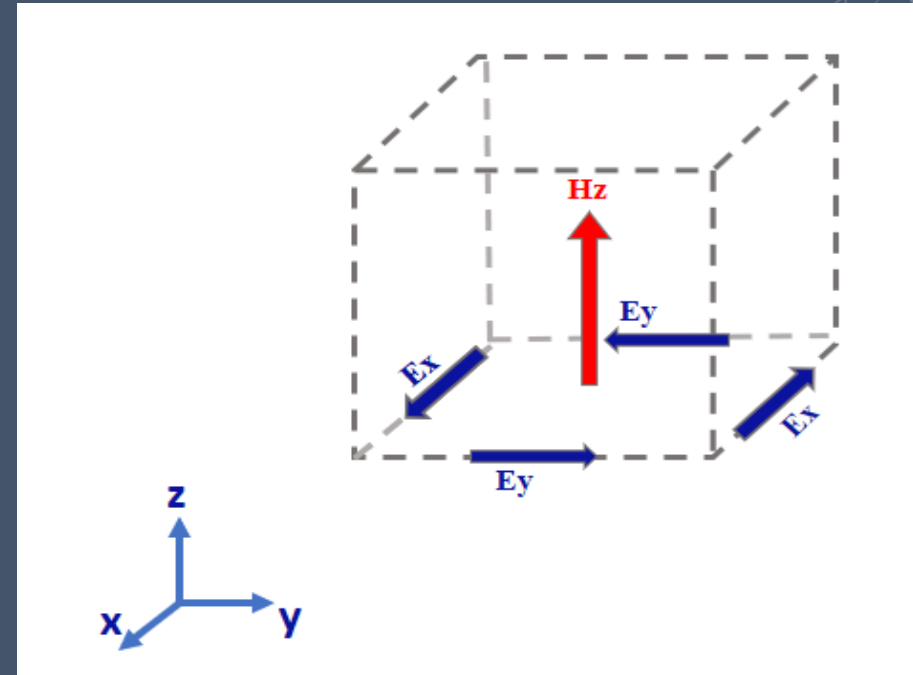
$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{\mathbf{B}} = -\nabla \times \vec{\mathbf{E}} - \vec{\mathbf{M}}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{\mathbf{D}} = \nabla \times \vec{\mathbf{H}} - \vec{\mathbf{J}}$$

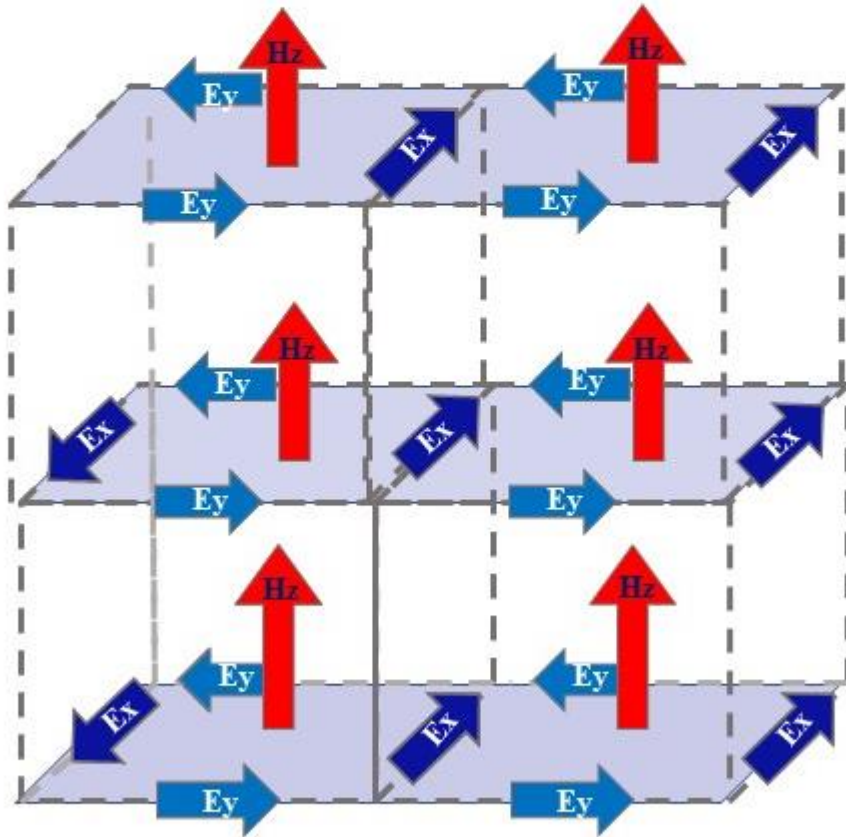
Donde, $\vec{\mathbf{E}}$ representa la intensidad de campo eléctrico (volts/metro), $\vec{\mathbf{D}}$ a la densidad de flujo eléctrico (coulomb/metro²), $\vec{\mathbf{H}}$ la intensidad de campo magnético (amperes/metro), $\vec{\mathbf{B}}$ la densidad de flujo magnético (webers/metro²), $\vec{\mathbf{J}}$ la densidad de corriente eléctrica (amperes/metro), $\vec{\mathbf{M}}$ es la densidad de corriente magnética equivalente (volts/metro).

CELDA DE YEE

Para realizar el modelado de la región del algoritmo, se emplea la celda de Yee, en esta celda las componentes \vec{E} y \vec{H} están centrados en el espacio de tal manera que cada componente \vec{H} está rodeado por cuatro componentes de \vec{E} circulantes, tal como lo muestra la figura



CELDA DE YEE



De forma continua, la celda de Yee se puede replicar varias veces dentro de la región de cálculo para formar un mallado en el cual se pueda analizar el comportamiento electromagnético en cada una de las celdas o de forma conjunta

FDTD

Para la ecuación:

$$\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} - \sigma \vec{E} - \vec{J}_{source}$$

Componente

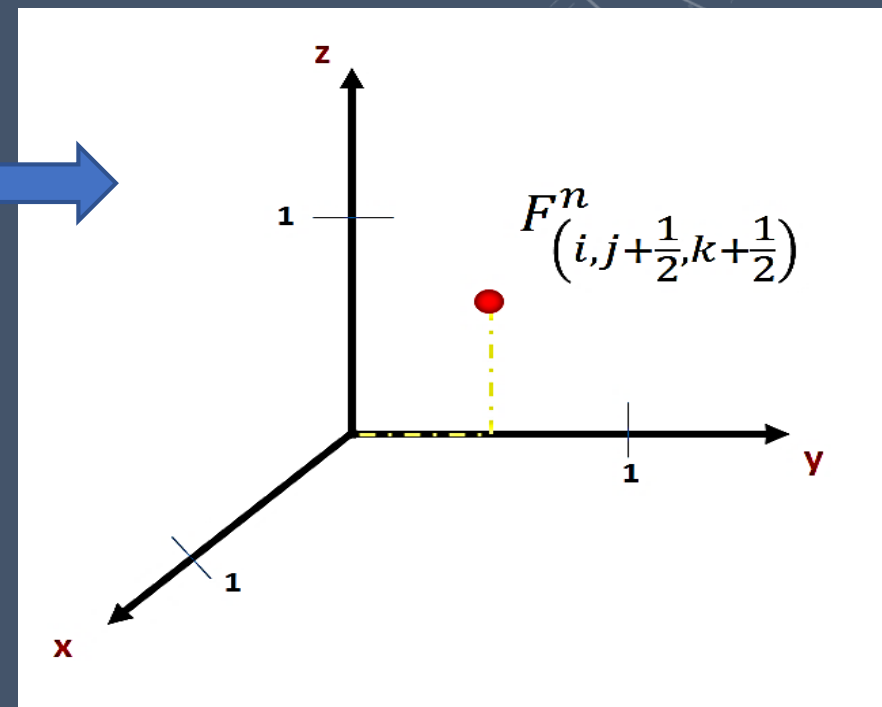
$$\epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) - \sigma E_x - \vec{J}_{source_x}$$

Componente

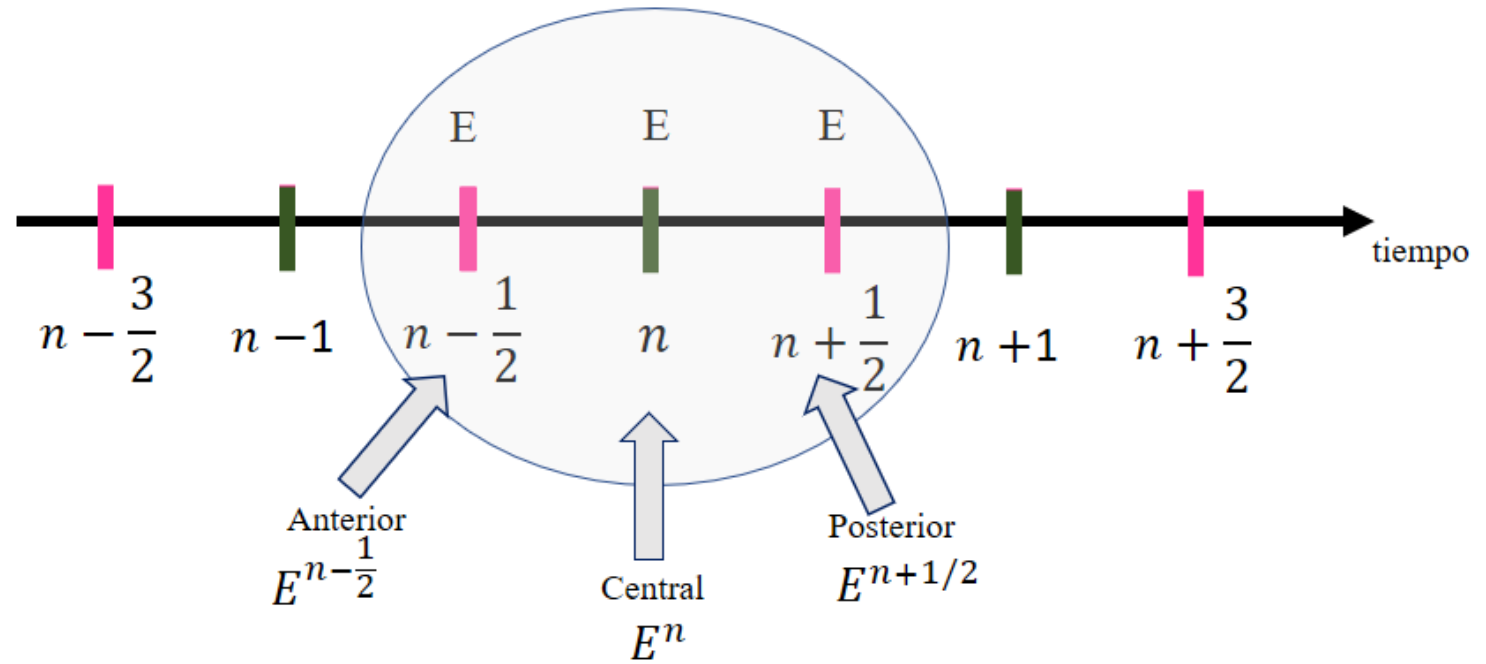
$$\epsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} = \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) - \sigma E_y - \vec{J}_{source_y}$$

Componente

$$\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) - \sigma E_z - \vec{J}_{source_z}$$



De la misma forma,
para la
representación
temporal se aplica el
mismo método con
el punto central
temporal indicado



EJEMPLO

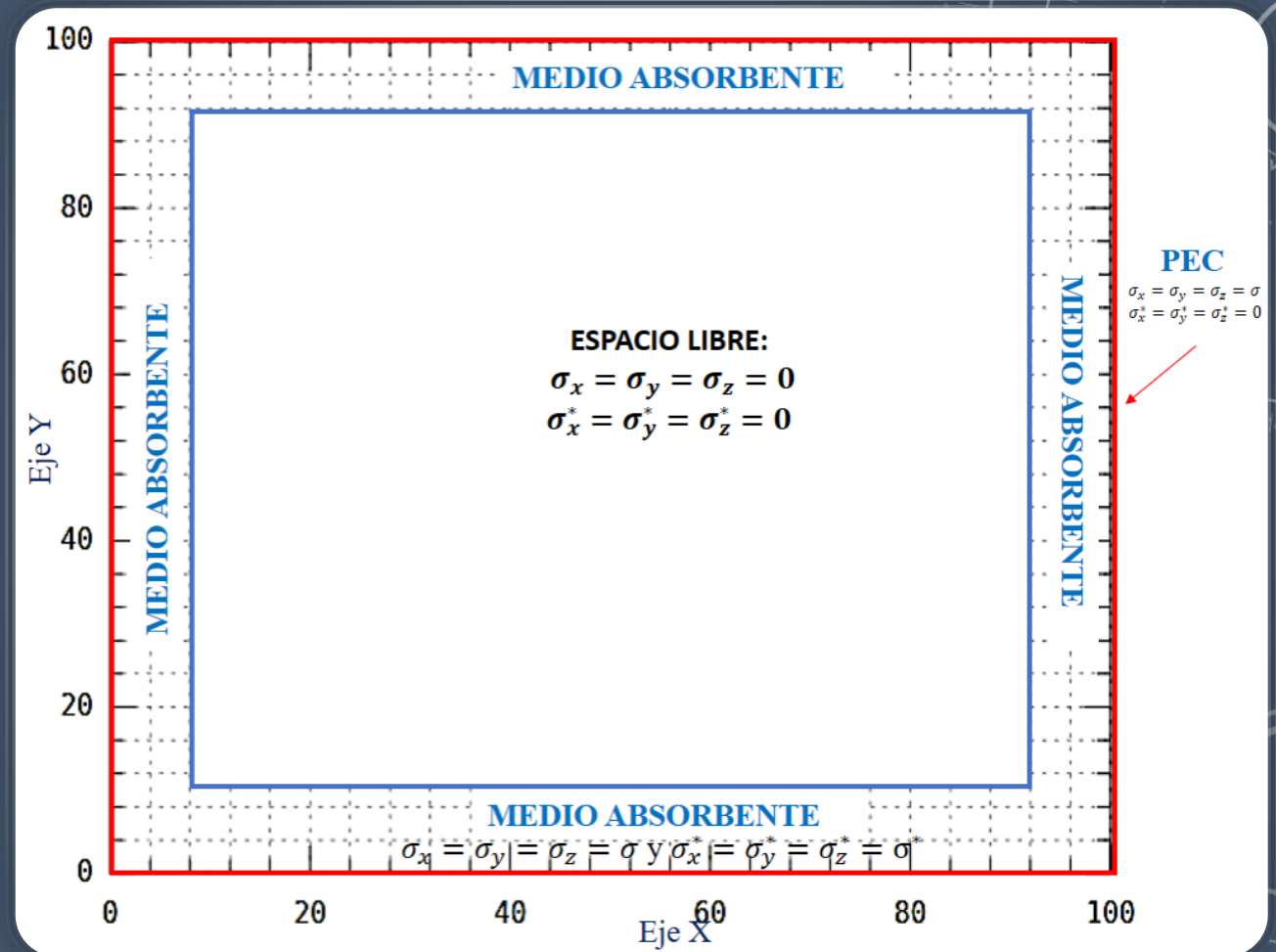
$$E_x \left| \begin{matrix} n + \frac{1}{2} \\ i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \end{matrix} \right. = \frac{\left(1 - \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}} \right)}{\left(1 + \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}} \right)} E_x \left| \begin{matrix} n - \frac{1}{2} \\ i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \end{matrix} \right. + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}}{\left(1 + \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}} \right)} \cdot$$

$$\left(\frac{H_z \left| \begin{matrix} n \\ i, j + 1, k + \frac{1}{2} \end{matrix} \right. - H_z \left| \begin{matrix} n \\ i, j, k + \frac{1}{2} \end{matrix} \right.}{\Delta y} - \frac{H_y \left| \begin{matrix} n \\ i, j + \frac{1}{2}, k + 1 \end{matrix} \right. - H_z \left| \begin{matrix} n \\ i, j + \frac{1}{2}, k \end{matrix} \right.}{\Delta z} - J_{source} \left| \begin{matrix} n \\ i, j + \frac{1}{2}, k + 1/2 \end{matrix} \right. \right)$$

PML

• Se propone utilizar ecuaciones divididas en la región FDTD para representar 3 medios distintos:

- Un medio sin pérdidas especificando que $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$ y $\sigma_x^* = \sigma_y^* = \sigma_z^* = 0$,
- Un medio eléctricamente conductivo si $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma$ y $\sigma_x^* = \sigma_y^* = \sigma_z^* = 0$,
- Un medio absorbente PML si se hace que $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma$ y $\sigma_x^* = \sigma_y^* = \sigma_z^* = \sigma^*$.

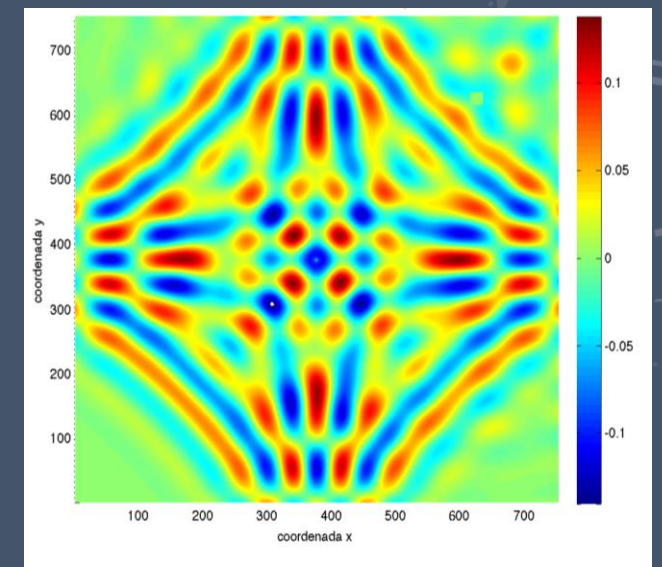
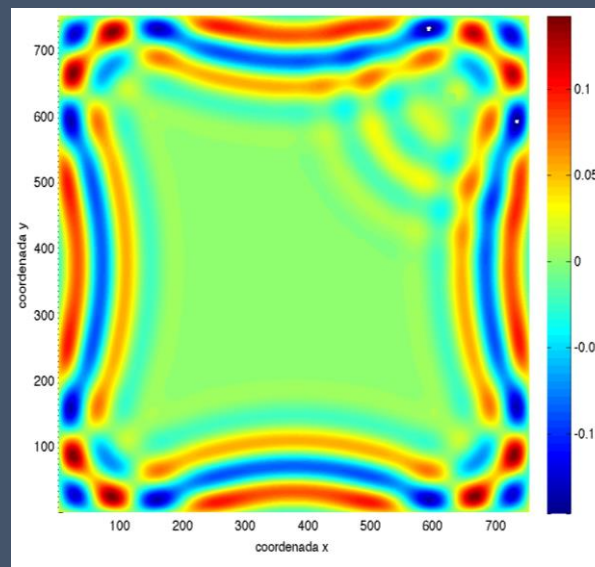
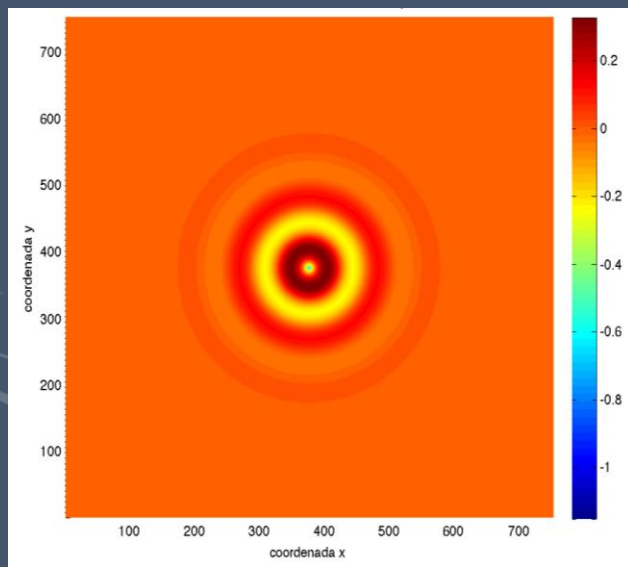
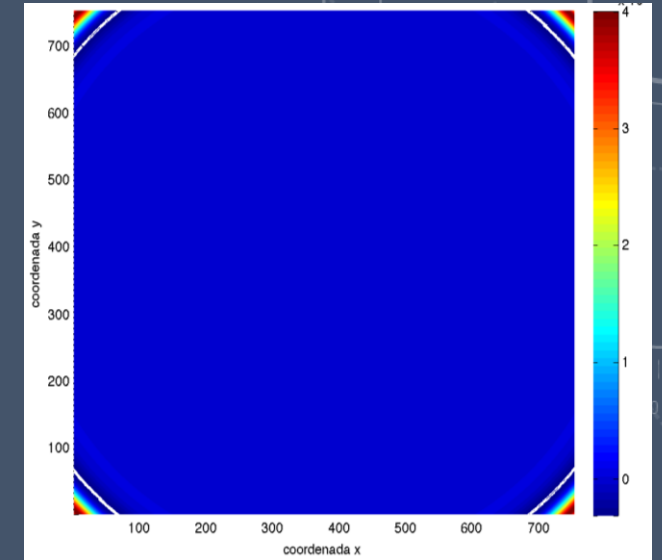
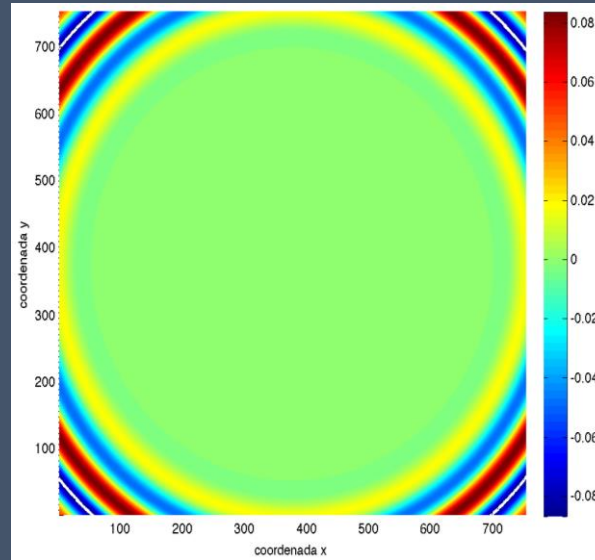
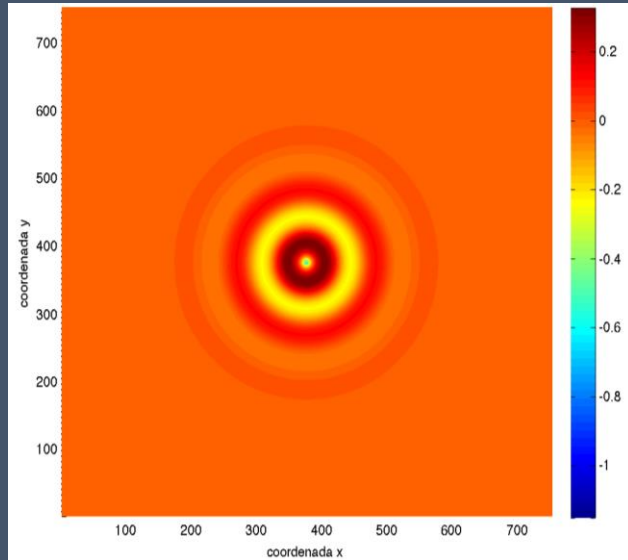


IMPLEMENTACIÓN:

Campo Magnético Hz a 750 iteraciones

Campo Magnético Hz a 1600 iteraciones

Campo Magnético Hz a 2350 iteraciones



CONCLUSIONES:

Se logra diseñar e implementar el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD) de forma correcta en la región de cálculo, empleando las técnicas para definir e implementar la región de capas perfectamente acopladas (PML). En las gráficas mostradas en el apartado de resultado, se logra apreciar la importancia de estas capas en la región de cálculo, pues sin estas regiones sería difícil definir con claridad los parámetros encontrados en la región debido a la interferencia que se genera entre la onda incidente y la onda reflejada por el perímetro de la región sin capas PML.



ECORFAN®

© ECORFAN-Mexico, S.C.

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162,163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169,209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. BCIERMMI is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- (www.ecorfan.org/ booklets)